

# Contrats d'assurance multipériodiques et déformation des croyances

Mouhamadou Fall et Anne Lavigne<sup>1</sup>

Février 2006

Version provisoire

soumise au comité scientifique des 23èmes JMA, Nantes, 1<sup>er</sup> et 2 juin 2006

## Résumé

Sous certaines hypothèses, les asymétries d'information sur un marché d'assurance peuvent être résolues par l'offre d'un menu de contrats dynamiques permettant de tenir compte des informations révélées, notamment de la sinistralité des assurés, au cours du temps. L'objectif de cet article est d'étendre le modèle de Cooper et Hayes (1987), lorsque l'assureur révisé les probabilités de sinistre des assurés au cours du temps. En effet, en assurance santé, certaines pathologies ont des probabilités de récurrence plus importantes, lorsque les individus sont porteurs d'un gène altéré. On envisage tour à tour les situations de monopole et de concurrence. En situation de monopole, on montre que la déformation de la probabilité nuit fondamentalement aux mauvais risques sinistrés de première période. En effet, au cours de la seconde période, ces agents n'obtiennent plus l'assurance complète comme dans les prédictions de Cooper et Hayes (1987), mais une assurance partielle, et voient leur utilité baisser. En revanche, les bons risques obtiennent toujours l'assurance partielle. En outre, l'ensemble des assurés est tarifé à l'expérience. *A contrario*, l'entrée de compagnies concurrentes annihile la tarification à l'expérience des mauvais risques. Cette situation est cependant bénéfique pour tous les assurés, mais nuit à la compagnie installée qui est obligée de renoncer à son profit monopolistique pour garder une partie de sa clientèle.

## Abstract

Informational asymmetries in insurance markets can be overcome by offering dynamic contracts with experience rating. Such a result has been theoretically demonstrated by Cooper and Hayes (1987) in both monopolistic and competitive environment and is widely used by practitioners. The purpose of this article is to extend the Cooper and Hayes results to take into account the Bayesian updating of beliefs by the insurers. It is motivated by the observed fact that, in health insurance markets, some diseases have higher recurrence probabilities for gene carriers than for non-carriers. We show that, in a two-period monopolistic setting, the updating of beliefs in the second period is detrimental to the high risks that have supported a disease in the first period: these individuals can no longer get full insurance as they did in the Cooper and Hayes setting. When allowing entrants, experience rating is no longer available to supply contracts to high risk individuals. Competition is still beneficial to all individuals but detrimental to the incumbent company that is forced to forsake its profits to keep its clientele.

Mots clefs : assurance, tests génétiques, contrats répétés, révision bayésienne des croyances

Keywords: insurance, genetic testing, repeated contracts, Bayesian updating of beliefs

Classification JEL: G220, D820

---

<sup>1</sup> Laboratoire d'économie d'Orléans, UMR 6221, Rue de Blois, BP6739, 45067 Orléans cedex 2. Correspondance : [Anne.Lavigne@univ-orleans.fr](mailto:Anne.Lavigne@univ-orleans.fr), téléphone : 02 38 41 73 73 ; fax : 02 38 41 73 80

# Contrats d'assurance multipériodiques et déformation des croyances

Version provisoire, février 2006

## Résumé

Sous certaines hypothèses, les asymétries d'information sur un marché d'assurance peuvent être résolues par l'offre d'un menu de contrats dynamiques permettant de tenir compte des informations révélées, notamment de la sinistralité des assurés, au cours du temps. L'objectif de cet article est d'étendre le modèle de Cooper et Hayes (1987), lorsque l'assureur révisé les probabilités de sinistre des assurés au cours du temps. En effet, en assurance santé, certaines pathologies ont des probabilités de récurrence plus importantes, lorsque les individus sont porteurs d'un gène altéré. On envisage tour à tour les situations de monopole et de concurrence. En situation de monopole, on montre que la déformation de la probabilité nuit fondamentalement aux mauvais risques sinistrés de première période. En effet, au cours de la seconde période, ces agents n'obtiennent plus l'assurance complète comme dans les prédictions de Cooper et Hayes (1987), mais une assurance partielle, et voient leur utilité baisser. En revanche, les bons risques obtiennent toujours l'assurance partielle. En outre, l'ensemble des assurés est tarifé à l'expérience. *A contrario*, l'entrée de compagnies concurrentes annihile la tarification à l'expérience des mauvais risques. Cette situation est cependant bénéfique pour tous les assurés, mais nuit à la compagnie installée qui est obligée de renoncer à son profit monopolistique pour garder une partie de sa clientèle.

## Abstract

Informational asymmetries in insurance markets can be overcome by offering dynamic contracts with experience rating. Such a result has been theoretically demonstrated by Cooper and Hayes (1987) in both monopolistic and competitive environment. The purpose of this article is to extend the Cooper and Hayes results to take into account the Bayesian updating of beliefs by the insurers. It is motivated by the observed fact that, in health insurance markets, some diseases have higher recurrence probabilities for gene carriers than non carriers. We show that, in a two-period monopolistic setting, the updating of beliefs in the second period is detrimental to the high risks that have supported a disease in the first period: these individuals can no longer get full insurance as they did in the Cooper and Hayes setting. When allowing entrants, experience rating is no longer available to supply contracts to high risk individuals. Competition is still beneficial to all individuals but detrimental to the incumbent company that is forced to forsake its profits to keep up with its clientele.

Mots clefs : assurance, tests génétiques, contrats répétés, révision bayésienne des croyances

Keywords: insurance, genetic testing, repeated contracts, Bayesian updating of beliefs

Classification JEL: G220, D820

## 1. Introduction

En présence d'asymétries d'information sur les caractéristiques et les comportements des assurés, les assureurs développent des techniques contractuelles susceptibles de révéler ces informations cachées. Dans des contrats monopériodiques, les mécanismes incitatifs reposent sur l'utilisation de tarifications et de couvertures discriminantes. Typiquement, les assureurs diversifient leur offre contractuelle, en proposant des menus de contrats dans lesquels prime et couverture sont positivement corrélées de sorte que les individus les plus exposés à un risque donné choisissent un contrat offrant une forte couverture alliée à une prime élevée, les individus moins exposés optant pour un contrat combinant une moindre couverture et une prime faible. Cette diversification permet aux assureurs une mutualisation par catégorie de risques homogènes, le principe de la tarification actuarielle étant préservé dans un environnement concurrentiel.

Cependant, les contrats monopériodiques ne permettent pas aux assureurs d'exploiter toutes les informations pertinentes dans leur offre contractuelle. Ainsi, la sinistralité passée s'avère déterminante pour inciter les assurés d'une part à révéler par leur choix contractuel leurs caractéristiques de risques *a priori*, d'autre part à entreprendre des actions susceptibles de réduire leur probabilité de sinistre. Ainsi, des modèles théoriques montrent que la tarification à l'expérience (*experience rating*) est un moyen efficace de réduire l'antisélection (voir Dionne et al., 2000) et l'aléa moral (voir Winter, 2000). Par ailleurs, la tarification à l'expérience est pratiquée dans de nombreuses branches, notamment en assurance automobile via les mécanismes de bonus-malus. L'utilisation de contrats multipériodiques atténue ainsi les effets pervers de l'antisélection et de l'aléa moral.

Au-delà de l'assurance non vie, les contrats multipériodiques sont couramment utilisés en assurance emprunteurs, en assurance décès et en assurance santé. Dans ces branches, les phénomènes d'aléa moral sont rares<sup>2</sup>. En revanche, les progrès réalisés par la biologie génétique accroissent les possibilités d'antisélection, dans la mesure où les assurés potentiels ont accès à une information génétique privée, relative à leur probabilité de développer telle ou telle pathologie. L'antisélection sera d'autant plus exacerbée que les tests génétiques sont fiables, et que la pathologie

---

<sup>2</sup> Ils ne sont cependant pas inexistantes, la couverture d'assurance pouvant inciter au développement de comportements induisant des pathologies bénignes par exemple.

est monogénique<sup>3</sup>. On conçoit donc l'intérêt des contrats multipériodiques en assurance santé, pour les maladies monogéniques, mais également pour les maladies polygéniques (ou multifactorielles) qui combinent des facteurs génétiques, environnementaux et comportementaux.

Certaines maladies génétiques ont une particularité remarquable qui les distingue des autres risques. En assurance automobile par exemple, les sinistres ne sont pas corrélés dans le temps : la probabilité annuelle d'avoir un sinistre ne varie pas au cours du temps pour un individu donné. Certes, on pourrait considérer que l'expérience améliore les aptitudes à la conduite. C'est une des raisons pour lesquelles les jeunes conducteurs se voient appliquée une majoration de la prime de base à la signature de leur premier contrat d'assurance. Mais passées les premières années de conduite, l'effet d'expérience se dissipe. En l'absence de mécanisme de bonus-malus (autrement dit, en faisant abstraction des phénomènes d'aléa moral), la probabilité annuelle de sinistre reste inchangée au moins jusqu'à un certain âge, à partir duquel les aptitudes à la conduite s'amenuisent, exposant les conducteurs à un risque accru. La contribution séminale de Cooper et Hayes (1983) s'inscrit dans cette perspective : à chaque période, un individu donné conserve la même probabilité de sinistre qui reste son information privée. La seule information révélée à l'assureur est l'occurrence ou non d'un sinistre.

En revanche, dans certaines maladies génétiques multifactorielles, un épisode pathologique à un moment donné accroît la probabilité de récurrence au cours du temps : la présence d'un gène altéré augmente la probabilité de récurrence pour les porteurs du gène, par rapport aux individus non porteurs susceptibles de développer la maladie de manière sporadique. Un exemple est fourni par le cancer du sein (Seynaeve et al., 2004 ; Kirova et al., 2005). Les recherches médicales ont montré que les mutations des gènes BRCA1 et BRCA2 sont associées à des risques accrus de cancer du sein. Examinant le lien entre altération des gènes et récurrence des cancers après traitement sans ablation du sein (*breast-conserving therapy, BCT*), Kirova et al. (2005) ont montré que les risques de récurrence d'un cancer controlatéral étaient significativement accrus pour toutes les patientes ayant une histoire familiale, c'est-à-dire les patientes porteuses des gènes BRCA1/2 vs. les patientes d'un groupe de contrôle, ainsi que les porteuses vs. les non porteuses. Ainsi, être porteuse des gènes BRCA1/2 et développer un cancer du sein traité sans ablation, augmente la probabilité d'avoir ultérieurement un cancer de l'autre sein, par rapport aux patientes non porteuses. S'agissant des taux de récurrence sur le même sein, Seynaeve et al. (2004) ont montré qu'ils étaient identiques à deux ans chez les porteuses

---

<sup>3</sup> Les maladies monogéniques sont liées à une mutation spécifique d'un gène, et pour lesquelles la présence d'un gène altéré rend quasi-certaine l'apparition d'une maladie. La chorée de Huntington, maladie neurodégénérative, en est une illustration. Pour une présentation des maladies génétiques et de leur incidence assurantielle, voir Fall (2004).

héréditaires et les porteuses sporadiques ayant subi un traitement BCT, mais qu'ils étaient deux fois plus élevés à cinq ans (14% chez les porteuses héréditaires, 7% chez les porteuses sporadiques) et à dix ans (respectivement 30% et 16%).

Ces observations empiriques suggèrent que la sinistralité passée procure à un assureur donné, non seulement des informations sur les caractéristiques de risque *a priori* de ses assurés, révélées par leur choix contractuel comme dans le modèle de Cooper et Hayes (1983), mais également des informations sur les probabilités futures de sinistres. On comprend dès lors que les assureurs vont chercher à exploiter cette double rente informationnelle dans un environnement concurrentiel.

L'objectif de cet article est précisément d'analyser l'offre de contrats multipériodiques lorsque les assurés sont détenteurs d'une information génétique privée, et que les assureurs évoluent en concurrence. La section 2 expose les principales hypothèses et la stratégie de modélisation. La section 3 est consacrée à l'offre contractuelle en monopole, tandis que la section 4 développe un modèle de concurrence. La section 5 conclut.

## **2. Hypothèses et modélisation**

### *2.1 Structure d'information*

On considère une population nombreuse d'assurés potentiels, soumise à un test génétique obligatoire. Ce test révèle la prédisposition à une maladie génétique multifactorielle, et partant, la probabilité de développer cette maladie.

On suppose que le résultat du test révèle deux états *a priori* : "être bon risque", qui conduit à développer la maladie avec une probabilité  $p_L$  et à ne pas la développer avec la probabilité complémentaire  $1-p_L$  ; "être mauvais risque", qui expose à la maladie avec une probabilité  $p_H$  et permet d'y échapper avec la probabilité  $1-p_H$ . On suppose que  $0 < p_L < p_H < 1$  et que les proportions  $\lambda$  (respectivement  $1-\lambda$ ) de bons (respectivement mauvais) risques sont connaissance commune et stables au cours du temps. On suppose également que l'information révélée *a priori* par le test génétique est la connaissance privée des individus soumis au test.

Dans un cadre multipériodique, l'asymétrie d'information ne porte pas seulement sur les types des assurés (prédisposition génétique à développer la maladie), mais également sur l'historique des

épisodes effectifs de maladie. Lorsque l'assureur est en situation de monopole sur le marché, il acquiert de l'information sur le développement de la maladie de ses assurés. On suppose que si l'assuré a choisi un contrat destiné aux bons risques (ceux ayant une probabilité *a priori*  $p_L$  de développer la maladie) en première période et qu'il a développé la maladie au cours de cette première période, l'assureur révisé sa croyance par une inférence bayésienne, de sorte que la probabilité *a posteriori* estimée par l'assureur est plus faible que  $p_L$ . *A contrario*, si l'assuré a choisi en première période un contrat destiné aux mauvais risques, l'assureur révisé sa croyance de sorte que la probabilité *a posteriori* de développer la maladie est plus élevée que  $p_H$ . Autrement dit, pour l'assureur, la prédisposition génétique alliée à un épisode de maladie augmente la probabilité de récurrence. En revanche, en l'absence de prédisposition génétique, l'exposition à la maladie en première période diminue la probabilité estimée par l'assureur de développer ultérieurement la maladie. Cette hypothèse de révision bayésienne des croyances *a priori* de l'assureur est l'hypothèse majeure qui distingue notre modèle de celui développé par Cooper et Hayes (1987).

Lorsque le marché d'assurance est concurrentiel, l'asymétrie d'information sur les types entre les assureurs et les assurés se double d'une asymétrie d'information entre assureurs sur les épisodes de morbidité. Trois configurations concurrentielles peuvent être envisagées dans des contrats multipériodiques : le plein engagement où l'assureur comme l'assuré sont tenus par le contrat sur l'ensemble des périodes sans possibilité de résiliation ; l'engagement partiel dans lequel l'assureur ne peut résilier le contrat tandis que l'assuré le peut à chaque fin de période ; l'absence d'engagement où l'assureur et l'assuré peuvent dénoncer le contrat à chaque fin de période<sup>4</sup>. Le contrat multipériodique de plein engagement ne se distingue pas d'un contrat de monopole, et l'absence d'engagement renvoie à la répétition à l'identique de contrats monopériodiques. Dans ces deux premiers cas, la connaissance des épisodes morbides n'apporte pas d'avantage informationnel concurrentiel : le monopole ne partage pas sa rente informationnelle dans le premier cas, l'information sur les épisodes morbides a une valeur nulle dans le second cas. Plus intéressante est la configuration d'engagement partiel, caractérisée par l'offre par une compagnie installée d'un contrat multipériodique qui l'engage, mais qui peut être dénoncé par un assuré à chaque fin de période, notamment si un concurrent entrant sur le marché propose une offre plus favorable. Dans ce cas intermédiaire, on suppose que la compagnie installée a une information supérieure par rapport à l'entrant potentiel : elle connaît d'une part le choix du contrat par l'assuré en première période, d'autre part sa sinistralité effective au cours de la première période.

---

<sup>4</sup> La situation d'engagement de l'assuré sans engagement de l'assureur n'est pas envisagée, car elle est dépourvue de sens et de réalisme. Pour une discussion des différentes situations d'engagement possibles, voir Dewatripont (1989), Bolton (1990), Dionne et Doherty (1994), Watt et Vazquez (1997, 1999), Nilssen (2000).

Compte tenu de ces informations, la compagnie installée est en mesure de réviser ses croyances *a priori* sur les probabilités de sinistres de ses propres assurés. On suppose en revanche que l'entrant n'a pas accès à ces informations<sup>5</sup>. Il se fonde donc, pour évaluer ses gains à entrer sur le marché, sur les probabilités de sinistres *a priori*.

Dans ce qui suit, pour faciliter le traitement analytique, on se borne à examiner l'offre de contrats mono ou bipériodiques. On conjecture que l'extension à une infinité de périodes ne modifie pas *qualitativement* les résultats (voir Cooper et Hayes (1987) pour une justification de l'argument).

## 2.2 Préférences des assurés et des assureur(s)

Les assurés sont dotés d'une richesse initiale  $w$  et sont susceptibles de subir une perte monétaire  $D$  avec une probabilité *a priori*  $p_i$  ( $i = L, H$ ) selon leur type, bon ou mauvais risque. Cette perte monétaire représente le coût de traitement de la maladie. On suppose que les préférences des assurés sont exprimées via une fonction d'utilité espérée à la Von Neumann Morgenstern. La fonction d'utilité  $u$  définie sur l'espace de la richesse est supposée deux fois continûment différentiable, avec  $u''(w) < 0 < u'(w)$  pour refléter les hypothèses traditionnelles de non saturation des besoins et d'aversion au risque des individus.

L'assureur en situation de monopole, ou les assureurs en situation de concurrence, sont supposés neutres au risque. Un contrat d'assurance monopériodique est un couple  $(\alpha_i, \beta_i)$  caractérisé par le versement par l'assuré de type  $i$  d'une prime  $\alpha_i$  donnant droit à une indemnité (nette de la prime)  $\beta_i$  en cas d'occurrence d'un sinistre. Un contrat d'assurance bipériodique est un vecteur  $(\alpha_i, \beta_i, \alpha_{is}, \beta_{is}, \alpha_{in}, \beta_{in})$  où  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  caractérisent la prime et l'indemnité nette de l'offre contractuelle de première période ;  $\alpha_{is}$  et  $\beta_{is}$  représentent la prime et l'indemnité nette de seconde période, contingentes au développement effectif de la maladie au cours de la première période ; symétriquement,  $\alpha_{in}$  et  $\beta_{in}$  dénotent les mêmes variables contingentes à l'absence de maladie en première période. Pour des raisons de simplification, on note le contrat de première période  $c_i = (\alpha_i, \beta_i)$  et le contrat de seconde période  $c_i^2 = \{c_{is}, c_{in}\}$  avec  $c_{is} = (\alpha_{is}, \beta_{is})$  et  $c_{in} = (\alpha_{in}, \beta_{in})$ . Les nombres  $N_i$  d'assurés de type  $i$  sont connaissance commune

---

<sup>5</sup> Sur le marché de l'assurance automobile en France, cette hypothèse ne serait pas tenable puisque les assurés ont l'obligation légale de fournir l'historique de leur clause de réduction-majoration (autrement dit, leur niveau de bonus-malus) lorsqu'ils changent de compagnie. Ils ne sont toutefois pas tenus d'indiquer par quel contrat ils étaient couverts.

### 3. L'offre de contrat en monopole

Dans cette section, on considère une compagnie d'assurance en situation de monopole et en information asymétrique sur les types d'assurés. Dans un premier temps, on étudie l'offre contractuelle monopériodique, puis bipériodique.

#### 3.1. L'offre de contrat monopériodique

Cette configuration est analysée par Stiglitz (1977). L'équilibre du marché est un ensemble de contrats qui maximisent le profit de la compagnie, sous contraintes de participation et d'autosélection des assurés :

$$(P1) \quad \begin{cases} \text{Max}_{(\alpha_i, \beta_i)} E\pi(\alpha_i, \beta_i) = \sum_{i=L,H} N_i ((1-p_i)\alpha_i - p_i\beta_i) \\ \text{s.c.} \begin{cases} EU(\alpha_i, \beta_i | p_i) = (1-p_i)U(W - \alpha_i) + p_iU(W - D + \beta_i) \geq EU(0,0 | p_i) = (1-p_i)U(W) + p_iU(W - D) \quad i = L, H \\ EU(\alpha_i, \beta_i | p_i) \geq EU(\alpha_j, \beta_j | p_i) \quad i, j = L, H \quad i \neq j \end{cases} \end{cases}$$

*Proposition (Stiglitz, 1977)*

*L'équilibre du marché est séparable ; la compagnie d'assurance offre deux contrats différents pour les bons et les mauvais risques tels que :*

- (i) Les mauvais risques obtiennent la pleine assurance etaturent leur contrainte d'autosélection, mais pas leur contrainte de participation ;*
- (ii) Les bons risques obtiennent l'assurance partielle etaturent leur contrainte de participation, mais pas leur contrainte d'autosélection ;*
- (iii) Pour que les bons risques achètent une quantité strictement positive de couverture, il faut qu'il existe une proportion suffisante de mauvais risques par rapport aux bons risques ;*
- (iv) Le monopole fait des profits nuls sur les contrats vendus aux mauvais risques, mais des profits positifs sur les contrats vendus aux bons risques dont il extrait la totalité du surplus.*

Démonstration : voir Stiglitz (1977, pp. 418-422)



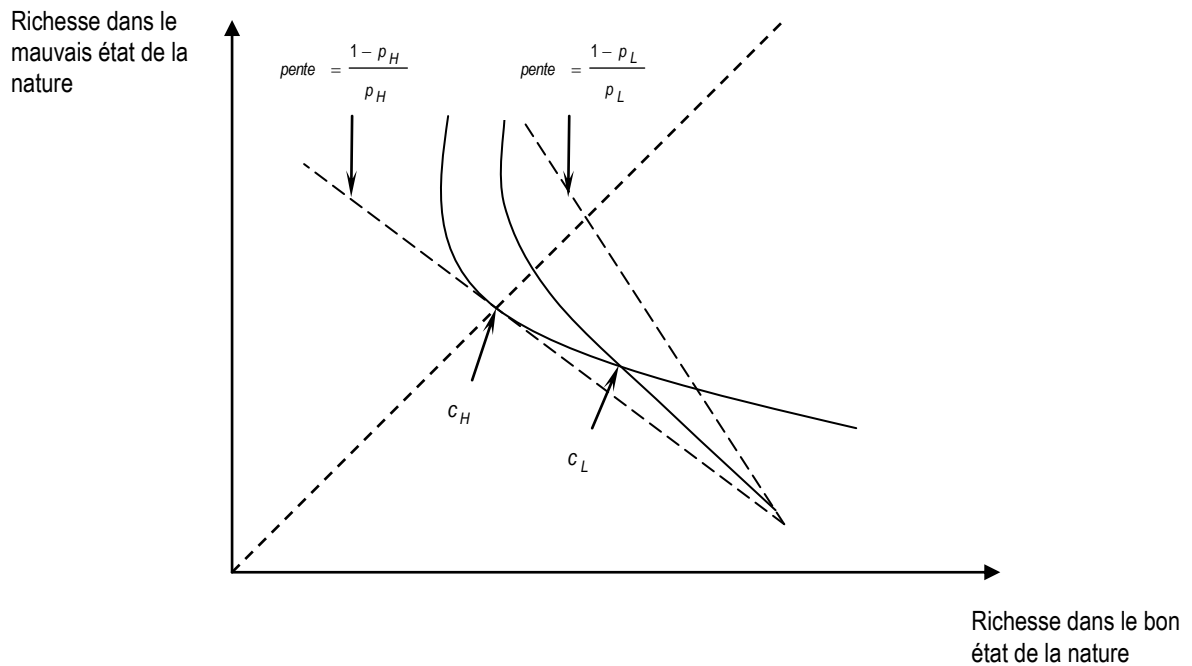


Figure 1 : contrats d'équilibre monopériodiques (Rothschild et Stiglitz, 1976)

### 3.2. L'offre de contrat bipériodique

On suppose désormais qu'une compagnie d'assurance, toujours unique offreur présent sur le marché, s'engage à fournir un contrat bipériodique, les assurés ayant la faculté de renoncer au contrat en cours d'exécution pour se retirer du marché (l'achat auprès d'un offreur concurrent sera analysé dans la section suivante). Dans un premier temps, on rappelle les résultats de Cooper et Hayes (1987), obtenus lorsque l'assureur propose des contrats contingents au type et à l'historique de sinistre, sans réviser ses croyances *a priori* de la sinistralité des assurés en portefeuille. Dans un second temps, on présente la configuration dans laquelle l'assureur révisé ses croyances *a priori* pour tenir compte de la corrélation sérielle différente des épisodes morbides des individus à hauts risques et à bas risques.

#### 3.2.1. L'offre bipériodique sans révision des croyances

Cette configuration dans laquelle un unique assureur s'engage à fournir des contrats bipériodiques contingents aux types et à la sinistralité est analysée par Cooper et Hayes (1987). L'engagement de l'assuré est donné par sa contrainte de participation. L'équilibre du marché est solution du programme suivant :

$$\begin{aligned}
(P2) \quad & \max_{c_i, c_i^2} E\pi(\alpha_i, \beta_i, \alpha_{is}, \beta_{is}, \alpha_{in}, \beta_{in}) = \sum_{i=H,L} N_i [(1-p_i)\alpha_i - p_i\beta_i] \\
& + \sum_{i=H,L} N_i \{p_i[(1-p_i)\alpha_{is} - p_i\beta_{is}] + (1-p_i)[(1-p_i)\alpha_{in} - p_i\beta_{in}]\} \\
s.c \quad & \begin{cases} EU(\alpha_i, \beta_i, \alpha_{is}, \beta_{is}, \alpha_{in}, \beta_{in}, p_i) \geq 2\bar{U}_i \text{ pour } i = L, H \\ EU(\alpha_i, \beta_i, \alpha_{is}, \beta_{is}, \alpha_{in}, \beta_{in}, p_i) \geq EU(\alpha_j, \beta_j, \alpha_{js}, \beta_{js}, \alpha_{jn}, \beta_{jn}, p_j) \text{ pour } i, j = L, H, i \neq j \end{cases}
\end{aligned}$$

On suppose que le taux d'actualisation est nul, pour l'assureur comme pour les assurés. Dans le maximande, la première sommation représente le profit espéré en première période, et la seconde le profit espéré en seconde période, contingent à la sinistralité de première période. La première contrainte représente la contrainte de participation de chaque assuré de type  $i$ , la seconde contrainte celle d'autosélection.  $\bar{U}_i$  représente l'utilité de réservation de l'individu  $i$  (autrement dit, son utilité en l'absence de contrat).

*Proposition (Cooper et Hayes, 1987)*

L'équilibre du marché de monopole avec plein engagement, asymétrie d'information et contrats contingents à la sinistralité, est séparable. Les contrats bipériodiques d'équilibre ont les propriétés suivantes :

- (i) les primes et indemnités de première période sont identiques à celles des contrats monopériodiques séparateurs ;
- (ii) les contrats d'équilibre destinés aux mauvais risques ne sont pas contingents à leur sinistralité, offrent la pleine assurance aux deux périodes, et occasionnent des profits nuls à l'assureur ;
- (iii) les contrats d'équilibre destinés aux bons risques sont contingents à la sinistralité, de sorte que  $\hat{\alpha}_{LN} < \hat{\alpha}_L < \hat{\alpha}_{LS}$  et  $\hat{\beta}_{LN} > \hat{\beta}_L > \beta_{LS}$  (où  $\hat{\alpha}_L$  et  $\hat{\beta}_L$  sont la prime et l'indemnité optimales des contrats statiques)
- (iv) les profits dérivés des contrats d'équilibre destinés aux bons risques n'ayant pas été sinistrés en première période sont positifs, tandis que les profits des contrats destinés aux mauvais risques sinistrés en première période sont négatifs

Démonstration : voir Cooper et Hayes (1987, pp. 402-403))

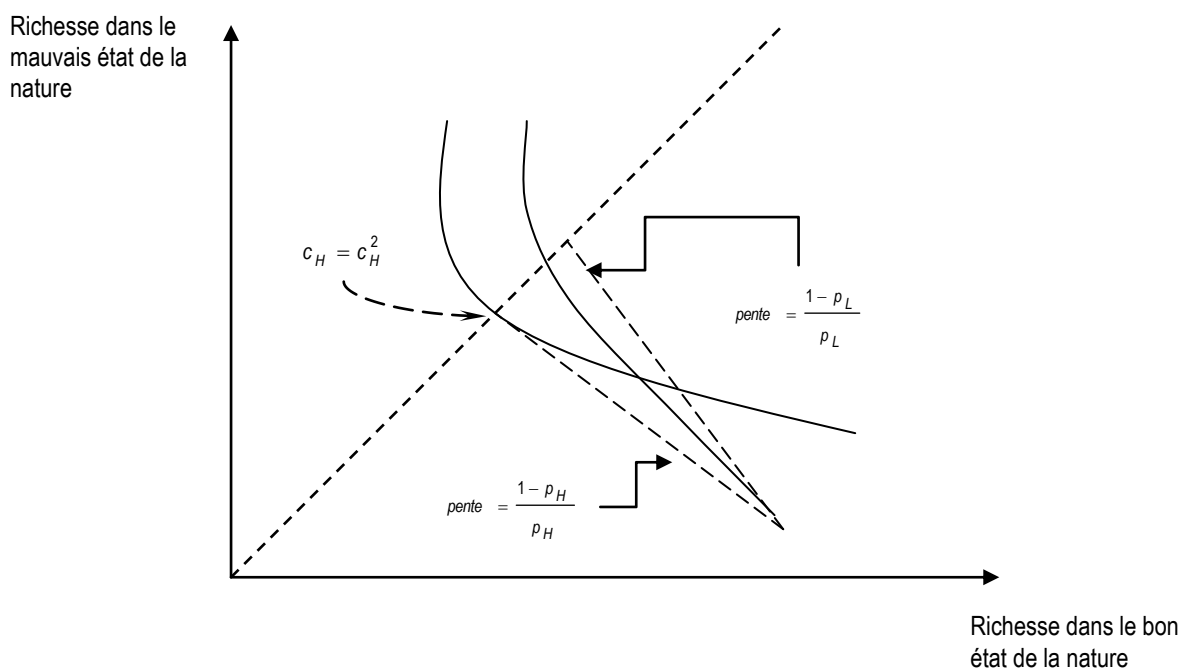


Figure 2 : contrats bipériodiques d'équilibre (Cooper et Hayes, 1987)

### 3.2.2. L'offre bipériodique avec révision des croyances

On suppose désormais que l'assureur unique exploite l'information supplémentaire révélée par l'occurrence d'une maladie en première période, en révisant la probabilité de maladie en seconde période. On suppose en revanche que l'assuré ne procède pas à la même inférence. La théorie des perspectives développée par Kahneman et Tversky (1979) fournit une première justification : les agents exposés au risque ont une perception déformée des probabilités objectives, surestimant les faibles probabilités et sous-estimant les fortes probabilités. Une seconde justification découle de la capacité limitée des individus à traiter l'information : ils devraient *ex ante* maximiser leur utilité espérée en intégrant l'accroissement de risque en seconde période, consécutif au développement (hypothétique) d'une maladie en première période.

On note  $q_{iS}$  la probabilité révisée qu'un individu de type  $i$  ( $i = H, L$ ) développe la maladie en seconde période, sachant qu'il l'a développée en première période ; symétriquement, on note  $q_{iN}$  la probabilité qu'un individu de type  $i$  développe la maladie, sachant qu'il n'y a pas été exposé en première période. Par opposition à la notion de "type" qui renvoie à la caractéristique génétique, on se réfère à la notion de "groupe" pour différencier les individus exposés ou non à la maladie. Dès lors, le monopole ignore le type, mais connaît le groupe d'appartenance d'un individu donné, puisque l'exposition à la

maladie est observable sans coût et sans erreur. On note  $N_{is}$  (resp.  $N_{in}$ ) le nombre d'individus de type  $i$  exposés (resp. non exposés) à la maladie en première période.

On postule que l'occurrence de la maladie en première période chez les individus de type  $L$  (i.e. les non porteurs de gène altérés) rend moins probable de développer la maladie en seconde période. Cette hypothèse est confortée par des études empiriques médicales, qui montrent que certaines maladies polygéniques peuvent se développer de manière sporadique chez les non porteurs de gènes altérés, de sorte que les récurrences sont moins probables que chez les porteurs. En revanche, les individus de type  $H$ , porteurs de gènes altérés, voient leur probabilité de récurrence augmenter en seconde période. On pose donc  $q_{LS} = k_L p_L$  et  $q_{HS} = k_H p_H$ , avec  $k_L < 1 < k_H$ . Enfin, on pose que tous les individus, porteurs ou non porteurs, qui n'ont pas développé la maladie en première période, conservent leur probabilité initiale de maladie :  $q_{LN} = p_L$  et  $q_{HN} = p_H$ . Compte tenu des hypothèses initiales, on montre aisément que  $q_{LS} < q_{LN} < q_{HN} < q_{HS}$ .

Les contrats d'équilibre de première période étant non contingents aux sinistres, ils sont identiques aux contrats d'équilibre du programme précédent. En revanche, la résolution de seconde période est modifiée. Comme l'assureur connaît en deuxième période les individus effectivement exposés à la maladie en première période, même s'il ignore leur type *a priori*, il offre à chaque groupe le contrat de deuxième période qui maximise son profit espéré, sous contrainte de participation et d'autosélection des individus concernés.

Pour les assurés ayant développé la maladie en première période, les contrats d'équilibre de seconde période sont solution de :

$$(P3) \quad \begin{aligned} & \underset{c_{HS}, c_{LS}}{\text{Max}} \quad N_{HS} [(1 - q_{HS}) \alpha_{HS} - q_{HS} \beta_{HS}] + N_{LS} [(1 - q_{LS}) \alpha_{LS} - q_{LS} \beta_{LS}] \\ & \text{s.c.} \quad \begin{cases} EU(\alpha_{HS}, \beta_{HS}, p_H) \geq EU(0, 0, p_H) \\ EU(\alpha_{LS}, \beta_{LS}, p_L) \geq EU(0, 0, p_L) \\ EU(\alpha_{HS}, \beta_{HS}, p_H) \geq EU(\alpha_{LS}, \beta_{LS}, p_H) \\ EU(\alpha_{LS}, \beta_{LS}, p_L) \geq EU(\alpha_{HS}, \beta_{HS}, p_L) \end{cases} \end{aligned}$$

On suppose que les assurés ne disposent pas à la fin de la première période de toutes les informations nécessaires pour modifier leur probabilité de sinistre *a priori* (Andersson, 2001). Symétriquement, les

contrats d'équilibre de seconde période pour les assurés n'ayant pas développé la maladie sont solution de :

$$\begin{aligned}
 & \underset{c_{HN}, c_{LN}}{\text{Max}} \quad N_{HN} [(1 - q_{HN})\alpha_{HN} - q_{HN}\beta_{HN}] + N_{LN} [(1 - q_{LN})\alpha_{LN} - q_{LN}\beta_{LN}] \\
 \text{(P4)} \quad & \text{s.c} \quad \begin{cases} EU(\alpha_{HN}, \beta_{HN}, p_H) \geq EU(0, 0, p_H) \\ EU(\alpha_{LN}, \beta_{LN}, p_L) \geq EU(0, 0, p_L) \\ EU(\alpha_{HN}, \beta_{HN}, p_H) \geq EU(\alpha_{LN}, \beta_{LN}, p_H) \\ EU(\alpha_{LN}, \beta_{LN}, p_L) \geq EU(\alpha_{HN}, \beta_{HN}, p_L) \end{cases}
 \end{aligned}$$

#### Proposition 1

L'équilibre du marché de monopole avec plein engagement, asymétrie d'information, contrats contingents à la sinistralité et révision des croyances par l'assureur, est séparateur. L'équilibre est formé d'un menu de six contrats  $(c_H^*, c_L^*, c_{HN}^*, c_{LN}^*, c_{Hs}^*, c_{Ls}^*)$ . Les contrats bipériodiques d'équilibre ont les propriétés suivantes :

- (i) les primes et indemnités de première période sont identiques à celles des contrats monopériodiques séparateurs ;
- (ii) le contrat d'équilibre de deuxième période destiné aux mauvais risques n'ayant pas subi de maladie en première période n'est pas contingent à leur sinistralité, offre la pleine assurance aux deux périodes, et occasionne un profit nul à l'assureur ;
- (iii) le contrat d'équilibre de deuxième période destiné aux bons risques n'ayant pas subi de maladie en première période est contingent à la sinistralité, offre une assurance partielle identique à celle du contrat non contingent de première période, et occasionne un profit positif pour l'assureur ;
- (iv) le contrat d'équilibre de deuxième période destiné aux mauvais risques ayant subi une maladie en première période est contingent à la sinistralité, offre une assurance partielle, et occasionne un profit nul pour l'assureur ;
- (v) le contrat d'équilibre de deuxième période destiné aux bons risques ayant subi une maladie en première période est contingent à la sinistralité, offre une assurance partielle et occasionne un profit positif pour l'assureur.

Démonstration : voir annexe.

Ces résultats montrent que l'acquisition d'information sur les épisodes morbides permet à l'assureur de modifier son offre contractuelle aux individus effectivement exposés à la maladie en première période.

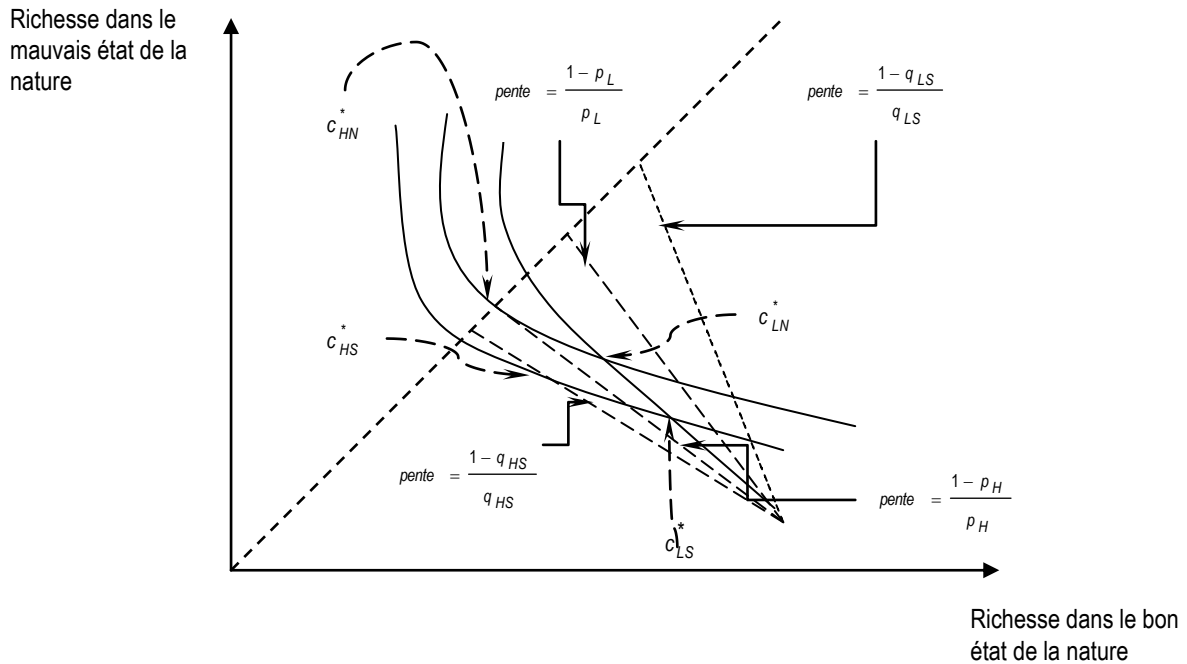


Figure 3 : contrats bipériodiques d'équilibre avec déformation des probabilités de sinistre

### 3.3. Synthèse : comparaison de la solution de Cooper et Hayes et de la solution avec révision des croyances

Par rapport à la solution de Cooper et Hayes, les bons risques ne sont plus les seuls à subir une externalité négative des mauvais risques. Seuls les mauvais risques non sinistrés en première période voient leur situation inchangée lorsque l'assureur révisé ses croyances, et ce sont eux qui exercent une externalité négative sur l'ensemble des autres assurés. Les mauvais risques sinistrés en première période voient leur utilité se détériorer puisqu'ils ne bénéficient plus de la pleine assurance. Les bons risques sont dans une situation plus ambiguë : ceux qui n'ont pas développé la maladie se retrouvent dans la même situation que dans la solution de Cooper et Hayes ; en revanche, ceux qui ont développé la maladie se voient attribuer une prime et une couverture plus faible (parce que l'assureur estime à juste titre que leur maladie est sporadique). Notons cependant que globalement, l'utilité espérée des bons risques n'est pas modifiée par rapport à la solution de Cooper et Hayes.

#### 4. L'offre de contrats en concurrence

On suppose maintenant un fonctionnement concurrentiel du marché d'assurance. Plus précisément, on suppose qu'un assureur installé s'engage à offrir des contrats bipériodiques. A la fin de la première période, ses assurés ont la possibilité de renoncer au contrat initial proposé, pour acheter un contrat dans une compagnie entrante, qui ne propose que des contrats monopériodiques. On suppose que la connaissance de la sinistralité effective de première période est une information privée des assurés et de l'assureur installé ; la compagnie entrante ignore, non seulement si l'assuré potentiel qui se présente à elle est un bon ou un mauvais risque, mais également s'il a ou non développé la maladie en première période. On conçoit alors que l'assureur installé ne puisse plus exploiter sa rente informationnelle de monopole : il doit contrer les tentatives d'écémage des compagnies entrantes. Intuitivement, on conçoit que pour les mauvais risques non sinistrés et les bons risques sinistrés, les offres de la compagnie installée et d'une compagnie entrante seront équivalentes. En effet, la tarification actuarielle sera identique dans les deux compagnies, puisque la compagnie installée ne modifiera pas ses croyances. En revanche, un mauvais risque ayant développé une maladie en première période sera tenté de quitter la compagnie installée, s'il anticipe une tarification plus favorable, parce que moins bien informée de la compagnie entrante. Par ailleurs, l'objectif de l'entrant potentiel est d'attirer la clientèle sur laquelle la compagnie installée fait des profits positifs en situation de monopole.

##### 4.1. Equilibre du marché et propriétés

On définit l'équilibre du marché comme un équilibre de Stackelberg dans lequel la compagnie installée est meneuse, et la compagnie entrante suiveuse. L'équilibre se résout par induction à rebours. Dans un premier temps, on détermine la stratégie optimale de la compagnie entrante. Dans un second temps, compte tenu de la stratégie optimale de la compagnie entrante qui permet de dériver les contraintes de non écémage, on détermine la stratégie optimale de la compagnie installée.

##### 4.1.1. La stratégie optimale de la compagnie entrante

Soit  $\bar{c}_i = (\bar{\alpha}_i, \bar{\beta}_i)$  le contrat monopériodique optimal offert la compagnie entrante aux agents dont elle ignore le type. Ce contrat ne tient naturellement pas compte de la sinistralité des agents. Elle propose le couple de contrats qui maximise leur utilité espérée, sous contrainte d'autosélection et de profit nul. On suppose que les contraintes de participation sont vérifiées puisque les assurés quel que

soit leur type ont toujours intérêt à quitter la compagnie installée qui capte leur surplus toutes choses égales par ailleurs. Le programme de la compagnie entrante s'écrit donc :

$$(P5) \quad \begin{aligned} & \max_{c_i} EU(\alpha_i, \beta_i, p_i) = p_i u(w - D + \beta_i) + (1 - p_i) u(w - \alpha_i) \\ & \text{s.c.} \begin{cases} EU(\alpha_i, \beta_i, p_i) \geq EU(\alpha_j, \beta_j, p_j) \text{ pour } i, j = H, L \text{ et } i \neq j \\ (1 - p_i) \alpha_i - p_i \beta_i = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

La résolution de ce programme conduit à la solution de Rothschild et Stiglitz (1976) : la compagnie entrante offre un couple de contrats séparateurs à tarification actuarielle fondée sur les types *a priori*, procurant la pleine assurance aux mauvais risques et l'assurance partielle aux bons risques (quel que soit leur groupe, inconnu d'elle).

#### 4.2.2. La réponse optimale de la compagnie installée

Connaissant la stratégie de l'entrant potentiel, la compagnie installée cherche les contrats optimaux à offrir à ses assurés de sorte que ces derniers ne soient pas incités à la quitter. Pour ce faire, elle adapte sa stratégie en renonçant à ses profits sur ses contrats. On note  $c_{HN}$  (resp.  $c_{LN}$ ) le contrat de seconde période destiné aux mauvais (resp. bons) risques n'ayant pas développé la maladie en première période. Symétriquement, on note  $c_{HS}$  (resp.  $c_{LS}$ ) les contrats offerts par la compagnie installée aux mauvais (resp. bons) risques sinistrés de première période. A la différence de la compagnie entrante, la compagnie installée base sa tarification sur la déformation des probabilités, et classe les agents selon leur sinistralité observée en première période.

Connaissant la stratégie optimale de la compagnie entrante, la compagnie installée offre des contrats qui procurent aux agents au minimum l'utilité du contrat offert par l'entrante, faute de quoi les agents seraient incités à la quitter. Désormais, la contrainte de participation des agents n'est autre que la contrainte de non écrémage. Comme la compagnie entrante, la compagnie installée est soumise à une contrainte de profit nul.

Pour les individus n'ayant pas développé la maladie en première période, l'offre de contrats optimaux  $c_{HN}^{**}$  et  $c_{LN}^{**}$  par la compagnie installée est donnée par la résolution du programme :



$$\begin{aligned}
& \underset{(\alpha_{IN}, \beta_{IN})}{\text{Max}} \quad EU(\alpha_{IN}, \beta_{IN}, p_i) = p_i u(w - D + \beta_{IN}) + (1 - p_i) u(w - \alpha_{IN}) \\
\text{(P6)} \quad & \text{s.c} \quad \begin{cases} EU(\alpha_{IN}, \beta_{IN}, p_i) \geq EU(\bar{\alpha}_i, \bar{\beta}_i, p_i) \\ EU(\alpha_{IN}, \beta_{IN}, p_i) \geq EU(\alpha_{IN}, \beta_{IN}, p_i) \\ (1 - q_{IN})\alpha_{IN} - q_{IN}\beta_{IN} = 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

Pour la population ayant développé la maladie en première période, à la différence de la compagnie entrante, la compagnie installée modifie ses croyances afin de tenir compte de toute l'information observée lors du déroulement du contrat. La prise en compte de cette information pourrait cependant lui être néfaste dans la mesure où la concurrence aligne ses prix sur les croyances des agents. Autrement dit, alors que le profit espéré par la compagnie entrante sur chaque contrat est fonction de la probabilité d'occurrence  $p_i$ , celui escompté par la compagnie installée est basé sur la déformation de cette probabilité, c'est-à-dire sur  $q_{IS}$ . La compagnie installée n'est donc plus en mesure de maximiser son profit, suite à l'entrée de compagnies concurrentes sur le marché. Son objectif est désormais d'offrir des contrats solution de :

$$\begin{aligned}
& \underset{(\alpha_{IS}, \beta_{IS})}{\text{Max}} \quad EU(\alpha_{IS}, \beta_{IS}, p_i) = p_i u(w - D + \beta_{IS}) + (1 - p_i) u(w - \alpha_{IS}) \\
\text{(P7)} \quad & \text{s.c} \quad \begin{cases} EU(\alpha_{IS}, \beta_{IS}, p_i) \geq EU(\bar{\alpha}_i, \bar{\beta}_i, p_i) \\ EU(\alpha_{IS}, \beta_{IS}, p_i) \geq EU(\alpha_{IS}, \beta_{IS}, p_i) \\ (1 - q_{IS})\alpha_{IS} - q_{IS}\beta_{IS} = 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

La compagnie installée cherche les contrats optimaux  $c_{HS}^{**}$  et  $c_{LS}^{**}$  qui maximisent l'espérance d'utilité des sinistrés. Son principal souci est d'éviter que les agents sinistrés, notamment les mauvais risques *a priori*, ne soient attirés par le contrat offert par la concurrence. Ceci justifie l'existence d'une contrainte de non écrémage (ou de participation) qui, si elle est saturée, signifie que l'assuré est indifférent entre les contrats offert par l'installée et l'entrante. Encore faut-il que cette contrainte soit compatible avec les contraintes d'autosélection et de profit nul.

### Proposition 2

L'équilibre du marché de concurrence avec asymétrie d'information, contrats contingents à la sinistralité et révision des croyances par l'assureur installé, est séparateur. L'équilibre est formé d'un menu de six contrats  $(\bar{c}_H, \bar{c}_L, c_{HN}^{**}, c_{LN}^{**}, c_{HS}^{**}, c_{LS}^{**})$ . Les contrats bipériodiques d'équilibre ont les propriétés suivantes :

- (i) les primes et indemnités de première période sont identiques à celles des contrats monopériodiques séparateurs de concurrence ;

- (ii) les mauvais risques non sinistrés se répartissent aléatoirement entre la compagnie installée et la compagnie entrante, et obtiennent la pleine assurance avec une tarification actuarielle ;
- (iii) les bons risques non sinistrés se répartissent aléatoirement entre la compagnie installée et la compagnie entrante, et obtiennent l'assurance partielle ;
- (iv) la compagnie installée ne propose plus de contrat aux mauvais risques sinistrés ; ces derniers se reportent sur le contrat offert par la compagnie entrante, qui leur fournit la pleine assurance ; en seconde période, leur contrainte d'autosélection est serrée ; leur contrainte de non écrémage est incompatible avec les contraintes d'autosélection et de profit nul ;
- (v) les bons risques sinistrés restent dans la compagnie installée ; ils obtiennent l'assurance partielle ; leur contrainte de non écrémage est serrée ;
- (vi) l'entrée de compagnies concurrentes ne permet plus à la compagnie installée d'effectuer une tarification à l'expérience sur les mauvais risques ; cette tarification à l'expérience est uniquement applicable aux bons risques.

Démonstration : voir annexe.

Commentaires :

Pour le groupe des individus n'ayant pas développé la maladie en première période, la compagnie installée s'aligne sur les contrats offerts par l'entrante potentielle. Cette situation est fort logique car la compagnie installée ne modifie pas leur probabilité de sinistre. Par rapport à la situation de monopole, la seule différence est le profit nul retiré sur les bons risques non sinistrés. Autrement dit, l'assureur installé, pour contrer l'entrée d'une compagnie concurrente, n'est plus en mesure d'extraire leur surplus. Cette situation profite aux assurés car ils conservent leur surplus pour bénéficier d'une couverture sur le marché d'assurance.

Pour le groupe des individus exposés à la maladie en première période, par rapport à la situation de monopole, les mauvais risques quittent la compagnie installée. Les bons risques en revanche restent dans la compagnie installée, car ils savent que cette dernière leur appliquera une tarification favorable, considérant qu'ils ont développé la maladie de manière sporadique.



la déformation de la probabilité  $q_{LS}$  et non sur  $p_L$ . Le contrat d'équilibre est un contrat d'assurance partielle. Les bons risques sinistrés n'ont aucun intérêt à quitter la compagnie installée au profit de l'entrante qui n'a aucun intérêt d'offrir ce contrat puisqu'il lui procure un profit négatif. En revanche grâce à la déformation des probabilités, l'installée fait un profit nul sur cette catégorie d'agents.

#### 4.2. Comparaison avec la solution de Cooper et Hayes (1987)

La déformation des probabilités de sinistre et l'entrée sur le marché de compagnies concurrentes sont profitables aux assurés. Concernant tout d'abord les sinistrés mauvais risques, ils obtiennent désormais un contrat de pleine assurance. La présence de nouvelles compagnies annule la possibilité de la tarification à l'expérience exercée par l'installée. De ce point de vue, les résultats obtenus sont proches des résultats de Cooper et Hayes (1987), à une nuance près. En effet, l'obtention de la pleine assurance et l'amélioration de l'utilité des mauvais risques sinistrés ne sont dues qu'à l'entrée de la concurrence, alors que dans le modèle de Cooper et Hayes la présence de compagnies entrantes laisse inchangée l'utilité des agents sinistrés mauvais risques. En revanche, les mauvais risques non sinistrés ne retirent aucun gain de la présence de l'entrante. En effet, leur utilité reste inchangée par rapport à la situation de monopole et ils continuent toujours à obtenir la pleine assurance. Finalement comparée à la situation de Cooper et Hayes, l'entrée de compagnies concurrentes profite d'un point de vue *ex ante* à tous les mauvais risques quelle que soit leur sinistralité de première période.

S'agissant des bons risques, l'entrée de compagnies concurrentes profite aux sinistrés et aux non sinistrés. Leur utilité change par rapport à la situation de monopole puisque la compagnie installée ne peut plus extraire leur surplus. En effet, la compagnie installée ne retire plus de profit positif sur les bons risques sinistrés ou non mais s'inflige une nouvelle politique de tarification pour éviter que les assurés ne la quittent au profit de la compagnie entrante. Le changement de tarification aboutit à la fois à un profit nul sur les bons risques sinistrés et non sinistrés. Cette situation est différente de celle trouvée par Cooper et Hayes puisque dans leur modèle, la compagnie installée obtient un profit négatif sur les bons risques non sinistrés et un profit positif sur les bons risques sinistrés. En termes d'utilité, les non sinistrés ont cependant un avantage par rapport aux sinistrés dans le modèle de Cooper et Hayes. Ceci contredit nos résultats (voir figure 4). En effet, dans notre modèle, le bon risque sinistré en première période n'est pas pénalisé en termes d'utilité. D'un point de vue *ex ante*, l'utilité retirée en seconde période par le bon risque sinistré sur le contrat offert par la compagnie installée est équivalente à celle retirée en seconde période sur le contrat des bons risques non sinistrés.

## 5. Conclusion

En situation d'information asymétrique, l'acquisition d'information génétique pourrait affecter le bon fonctionnement du marché d'assurance santé. En passant un test génétique, les assurés potentiels pourraient acquérir une information privilégiée sur leur probabilité de développer telle ou telle maladie d'origine génétique, ce qui serait susceptible de faire émerger des phénomènes d'antisélection et d'entraîner un effondrement du marché si les compagnies d'assurance n'offrent pas des contrats adéquats. Dans leur modèle bipériodique, Cooper et Hayes (1987) préconisent l'offre de contrats dynamiques séparateurs pour surmonter les problèmes d'asymétrie d'information. Leur résultat principal est, qu'à l'équilibre du marché monopolistique ou concurrentiel, les mauvais risques (i.e. les individus ayant une forte probabilité de sinistre) obtiennent un contrat de pleine assurance indépendant de leur sinistralité passée, tandis que les bons risques (les individus à faible probabilité de sinistre) se voient proposer un contrat d'assurance partielle et sont tarifés à l'expérience.

Cette contribution s'est proposée d'étendre le modèle de Cooper et Hayes, pour tenir compte d'une observation médicale : dans certaines pathologies, les individus porteurs d'un gène altéré ont une probabilité de récurrence supérieure aux non porteurs du gène. Dès lors, on ne peut plus supposer, comme le font Cooper et Hayes, que les probabilités de sinistres sont constantes au cours du temps. On postule donc que les assureurs modifient leur estimation *a priori* de la probabilité de morbidité au cours du temps. On envisage deux configurations de marché, le monopole et la concurrence représentée par un équilibre de Stackelberg dans lequel la compagnie installée, informée sur les épisodes effectifs de morbidité des assurés de son portefeuille joue en meneuse, et une compagnie entrante représentative joue en suiveuse. En situation de monopole, on montre que la déformation de la probabilité nuit fondamentalement aux mauvais risques exposés à la maladie en première période. En effet, au cours de la seconde période, ces agents n'obtiennent plus l'assurance complète comme dans les prédictions de Cooper et Hayes (1987), mais une assurance partielle, et voient leur utilité baisser. En revanche, les bons risques obtiennent toujours l'assurance partielle. En outre, l'ensemble des assurés est tarifé à l'expérience. *A contrario*, l'entrée de compagnies concurrentes annihile la tarification à l'expérience des mauvais risques. Cette situation est cependant bénéfique pour tous les assurés, mais nuit à la compagnie installée qui est obligée de renoncer à son profit monopolistique pour garder une partie de sa clientèle.

Cette contribution s'est restreinte à l'analyse des propriétés d'un équilibre séparateur. Il reste à vérifier les conditions d'existence de cet équilibre, et sa supériorité par rapport à un éventuel équilibre mélangeant.

Plusieurs extensions de notre modèle sont envisageables. D'une part, il conviendrait de tester la robustesse de nos résultats à des configurations informationnelles différentes, notamment lorsque les assurés révisent également leurs croyances quant à leur exposition au risque. D'autre part, on pourrait enrichir l'analyse en admettant que les tests génétiques ne sont pas pleinement informatifs, comme le montrent les études médicales. Enfin, on pourrait analyser l'efficacité du marché d'assurance santé, en endogénéisant le passage du test génétique. En effet, nous avons postulé que les individus passaient obligatoirement un test avant de s'assurer, mais les conditions tarifaires issues de cette hypothèse sont éventuellement dissuasives pour certaines catégories d'assurés.

## Annexes

### Résolution du programme en situation de monopole

#### Résolution du programme des sinistrés

##### Les mauvais risques

Soit  $\mu_1, \mu_2$  les multiplicateurs de Lagrange associés, respectivement, aux contraintes de participation des mauvais risques et des bons risques sinistrés de la première période. Comme le risque associé aux mauvais risques sinistrés est élevé, ces derniers ont toujours intérêt à s'assurer : autrement dit  $\mu_1 = 0$ . En revanche, le bon risque est indifférent entre s'assurer et rester hors du marché d'assurance :  $\mu_2 > 0$ . Posons,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  les multiplicateurs associés aux contraintes d'autosélection des agents.

**Hypothèse 1 :**  $\varepsilon_1 > 0; \varepsilon_2 = 0$

Le mauvais risque sinistré de première période est indifférent entre le contrat qui lui est offert et le contrat offert au bon risque. En revanche, le bon risque préfère strictement le contrat qui lui est offert à celui offert au mauvais risque. Comme le bon risque a une faible probabilité de faire un sinistre, ne pas préférer strictement son contrat à celui du mauvais risque violerait sa contrainte de rationalité.

**Hypothèse 2 :**  $\varepsilon_1 = 0; \varepsilon_2 > 0$

Cette situation remet en question la contrainte de rationalité du bon risque.

En conclusion seule la première hypothèse est vérifiée  $\varepsilon_1 > 0; \varepsilon_2 = 0$ .

$$\begin{cases} N_{HS} = \frac{\varepsilon_1 \cdot p_H}{q_{HS}} u'(w - D + \beta_{HS}) & (a) \\ N_{HS} = \frac{\varepsilon_1 \cdot (1 - p_H)}{(1 - q_{HS})} u'(w - \alpha_{HS}) & (b) \end{cases}$$

(a) et (b) donnent  $\frac{u'(w - D + \beta_{HS})}{u'(w - \alpha_{HS})} = \frac{1 - p_H}{p_H} \cdot \frac{q_{HS}}{1 - q_{HS}} > 1$ . Autrement dit, le contrat optimal est à l'intersection de la

droite de profit nul de l'assureur et de la courbe d'indifférence de l'agent. Puisque  $q_{HS} > p_H$ , on en déduit que  $u'(w - D + \beta_{HS}) > u'(w - \alpha_{HS})$ . D'où,  $\beta_{HS} < D - \alpha_{HS}$

##### Les bons risques

$$\begin{cases} N_{LS} = \left[ \frac{\mu_2 \cdot p_L}{q_{LS}} - \frac{\varepsilon_1 \cdot p_H}{q_{LS}} \right] \cdot u'(w - D + \beta_{LS}) & (c) \\ N_{LS} = \left[ \frac{\mu_2 (1 - p_L)}{(1 - q_{LS})} - \frac{\varepsilon_1 \cdot (1 - p_H)}{(1 - q_{LS})} \right] \cdot u'(w - \alpha_{LS}) & (d) \end{cases}$$

L'égalisation de ces deux relations permet d'écrire :

$\frac{u'(w - D + \beta_{LS})}{u'(w - \alpha_{LS})} > 1$  si et seulement si la condition ci-après est vérifiée :  $\frac{\varepsilon_1}{\mu_2} > \frac{p_L - q_{LS}}{p_H - q_{LS}}$ . Cela signifie que le contrat

optimal de seconde période offert aux agents bons risques sinistrés de la première période est un contrat d'assurance partielle :

$$\beta_{LS} < D - \alpha_{LS}$$

### Résolution du programme des non sinistrés

De la même façon que dans le programme des sinistrés, on pose  $\mu_3, \mu_4$  les multiplicateurs de Lagrange associés respectivement aux contraintes de participation des mauvais risques et des bons risques. Seul le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de participation des bons risques est serré :  $\mu_3 = 0; \mu_4 > 0$ .

En ce qui concerne les multiplicateurs de Lagrange  $\varepsilon_3, \varepsilon_4$  associés aux contraintes d'autosélection, on pose  $\varepsilon_3 > 0; \varepsilon_4 = 0$ . En effet, il serait absurde pour le bon risque non sinistré de première période de choisir le contrat destiné aux mauvais risques étant donné que  $p_H > p_L$ . Cette hypothèse respecte ainsi la contrainte de rationalité des bons risques.

#### Les mauvais risques

$$\begin{cases} N_{HN} = \varepsilon_3 \cdot u'(w - D + \beta_{HN}) \\ N_{HN} = \varepsilon_3 \cdot u'(w - \alpha_{HN}) \end{cases} \quad \begin{matrix} (e) \\ (f) \end{matrix}$$

(e) et (f) donnent  $u'(w - D + \beta_{HN}) = u'(w - \alpha_{HN})$ . En d'autres termes, les mauvais risques non sinistrés de la première période obtiennent un contrat de pleine assurance en seconde période  $\beta_{HN} = D - \alpha_{HN}$ .

#### Les bons risques

$$\begin{cases} N_{LN} = [\frac{\mu_4 \cdot p_L}{q_{LN}} - \frac{\varepsilon_3 \cdot p_H}{q_{LN}}] \cdot u'(w - D + \beta_{LN}) \\ N_{LN} = [\frac{\mu_4 (1 - p_L)}{(1 - q_{LN})} - \frac{\varepsilon_3 (1 - p_H)}{(1 - q_{LN})}] \cdot u'(w - \alpha_{LN}) \end{cases} \quad \begin{matrix} (g) \\ (h) \end{matrix}$$

On cherche à déterminer si  $\frac{u'(w - D + \beta_{LN})}{u'(w - \alpha_{LN})} > 1$ . Cela revient à déterminer si

$$\frac{\mu_4 \cdot p_L}{q_{LN}} - \frac{\varepsilon_3 \cdot p_H}{q_{LN}} > \frac{\mu_4 (1 - p_L)}{1 - q_{LN}} - \frac{\varepsilon_3 (1 - p_H)}{1 - q_{LN}}. \text{ Cette relation est donnée par l'égalité entre (g) et (h).}$$

Comme  $q_{LN} = p_L < p_H$ , cette relation est alors toujours vérifiée. En seconde période, le contrat optimal offert aux bons risques non sinistrés de première période est un contrat d'assurance partielle  $\beta_{LN} < D - \alpha_{LN}$ .

### Résolution du programme en situation de concurrence

#### L'entrant potentiel

L'entrante potentielle cherche à attirer les agents de la compagnie installée dans son portefeuille. Toutefois, la stratégie de l'installée sera de contrer celle de l'entrante en mettant en place des contraintes de non écrémage.

On pose  $\varepsilon_H$  le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte d'autosélection du mauvais risque et  $\varepsilon_L$  le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte d'autosélection du bon risque.  $\varepsilon_H > 0; \varepsilon_L = 0$  ce qui en d'autres termes signifie que le mauvais risque est indifférent entre le contrat que lui offre l'entrante et celui offert au bon risque. Le bon risque, cependant, préférera uniquement le contrat qui lui est offert plutôt que celui destiné au mauvais risque.

$\gamma_H, \gamma_L > 0$  sont les multiplicateurs associés respectivement aux contraintes de profit nul sur le mauvais risque et sur le bon risque. Ces multiplicateurs positifs assurent la compétitivité de l'entrante sur le marché puisqu'elle est obligé de faire des profits nuls si elle veut réussir à attirer les agents de la compagnie installée.



$$\begin{cases} \gamma_H = \varepsilon_H \cdot u'(w - D + \bar{\beta}_H) \\ \gamma_H = \varepsilon_H \cdot u'(w - \bar{\alpha}_H) \end{cases} \text{ on trouve aisément que } \bar{\beta}_H = D - \bar{\alpha}_H. \text{ Autrement dit l'entrante offre la pleine assurance}$$

aux agents de type  $H$ .

S'agissant du bon risque l'entrante on a :

$$\begin{cases} \gamma_L = [1 - \varepsilon_H \cdot \frac{p_H}{p_L}] \cdot u'(w - D + \bar{\beta}_L) \\ \gamma_L = [1 - \varepsilon_H \cdot \frac{1 - p_H}{1 - p_L}] \cdot u'(w - \bar{\alpha}_L) \end{cases}$$

Le contrat optimal offert aux bons risques est un contrat d'assurance partielle. On vérifie, en effet, que  $\frac{u'(w - D + \bar{\beta}_L)}{u'(w - \bar{\alpha}_L)} > 1$

puisque  $p_H > p_L$ .

### L'assureur installé

La compagnie installée met en place les contraintes de non écrémage, devenues les nouvelles contraintes de participation des agents.  $\mu_5 > 0; \varepsilon_5 > 0; \varepsilon_6 > 0$

### Les mauvais risques non sinistrés

$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{p_H}{q_{HN}} [1 + \mu_5 + \varepsilon_5] u'(w - D + \beta_{HN}) \\ \gamma_1 = \frac{1 - p_H}{1 - q_{HN}} [1 + \mu_5 + \varepsilon_5] u'(w - \alpha_{HN}) \end{cases}$$

Puisque  $q_{HN} = p_H$ , on a :  $u'(w - D + \beta_{HN}) = u'(w - \alpha_{HN})$  d'où  $\beta_{HN} = D - \alpha_{HN}$ . On vérifie que la pente de la courbe d'indifférence des agents lorsqu'ils choisissent la compagnie installée est égale à la pente de leur courbe d'indifférence lorsqu'ils choisissent le contrat offert par l'entrante. De plus, il faudrait vérifier que cette courbe d'indifférence est tangente à la droite de profit nul des assureurs.

$$TMS = \frac{1 - q_{HN}}{q_{HN}} \cdot \frac{u'(w - \alpha_{HN})}{u'(w - D + \beta_{HN})} = \frac{1 - p_H}{p_H} \cdot \frac{u'(w - \bar{\alpha}_H)}{u'(w - D + \bar{\beta}_H)} = \frac{1 - p_H}{p_H}$$

Les mauvais risques obtiennent la pleine assurance quel que soit la compagnie choisie (installée ou entrante). Les pentes des deux courbes d'indifférence sont identiques et les deux courbes sont tangentes à la droite de profit nul de pente

$$\frac{1 - q_{HN}}{q_{HN}} = \frac{1 - p_H}{p_H}. \text{ Ce qui, d'autres termes, signifierait que les mauvais risques non sinistrés vont se répartir aléatoirement}$$

entre la compagnie installée et l'entrante.

### Les bons risques non sinistrés

$$\begin{cases} \gamma_2 = [\frac{p_L}{q_{LN}} + \mu_6 \frac{p_L}{q_{LN}} - \varepsilon_5 \frac{p_H}{q_{LN}}] u'(w - D + \beta_{LN}) \\ \gamma_2 = [\frac{1 - p_L}{1 - q_{LN}} + \mu_6 \frac{1 - p_L}{1 - q_{LN}} - \varepsilon_5 \frac{1 - p_H}{1 - q_{LN}}] u'(w - \alpha_{LN}) \end{cases}$$

On a  $u'(w - D + \beta_{LN}) > u'(w - \alpha_{LN})$  si et seulement si  $1 + \mu_6 - \varepsilon_5 \frac{1 - p_H}{1 - p_L} > 1 + \mu_6 - \varepsilon_5 \frac{p_H}{p_L}$  car  $q_{LN} = p_L$ . Cette

relation est toujours vérifiée puisque  $p_H > p_L$ . À l'équilibre, les bons risques non sinistrés de la compagnie installée obtiennent l'assurance partielle  $\beta_{LN} < D - \alpha_{LN}$ .

Comme la contrainte de non écrémage spécifie que l'agent est indifférent entre le contrat de l'installée et celui de l'entrante, et que le contrat d'équilibre offert se situe à l'intersection de la droite de profit nul de pente  $\frac{1-q_{LN}}{q_{LN}} = \frac{1-p_L}{p_L}$  et de la courbe d'indifférence de l'agent on en déduit que  $(\alpha_{LN}, \beta_{LN}) = (\bar{\alpha}_L, \bar{\beta}_L)$ .

### Les mauvais risques sinistrés

Soit  $\mu_7 \geq 0; \varepsilon_7 > 0; \varepsilon_8 = 0$  le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de non écrémage :

$$EU(\alpha_{HS}, \beta_{HS}, p_H) \geq EU(\bar{\alpha}_H, \bar{\beta}_H, p_H).$$

### Hypothèse 1 : $\mu_7 = 0$

Le haut risque préfère strictement le contrat de la compagnie installée à celui de l'entrante. On pose  $\gamma_3, \varepsilon_7 > 0$  les multiplicateurs de Lagrange associés respectivement à la contrainte de profit nul de l'installée et à la contrainte d'autosélection des mauvais risques.

$$\begin{cases} \gamma_3 = \frac{p_H}{q_{HS}}(1 + \varepsilon_7)u'(w - D + \beta_{HS}) \\ \gamma_3 = \frac{1 - p_H}{1 - q_{HS}}(1 + \varepsilon_7)u'(w - \alpha_{HS}) \end{cases} \Rightarrow \beta_{HS} < D - \alpha_{HS}$$

si et seulement si  $u'(w - D + \beta_{HS}) > u'(w - \alpha_{HS})$  c'est-à-dire  $\frac{1 - p_H}{p_H} > \frac{1 - q_{HS}}{q_{HS}}$ . Cette relation est toujours vérifiée

étant donné que  $q_{HS} > p_H$ .

Le contrat optimal  $(\alpha_{HS}, \beta_{HS})$  se situe à l'intersection de la courbe d'indifférence de l'agent et de la droite de profit nul de

l'assureur. En effet, à l'optimum on a :  $\frac{1 - p_H}{p_H} \cdot \frac{u'(w - \alpha_{HS})}{u'(w - D + \beta_{HS})} = \frac{1 - q_{HS}}{q_{HS}}$ .

Compte tenu de la stratégie de l'entrante, il faut vérifier si le contrat proposé par l'installée est un contrat d'équilibre.

On sait que l'entrante offre le contrat  $(\bar{\alpha}_H, \bar{\beta}_H)$  à tout mauvais risque. Ce contrat se situe à l'intersection de la courbe d'indifférence des mauvais risques et de la droite de profit nul de l'entrante :

$$\frac{1 - p_H}{p_H} = \frac{1 - p_H}{p_H} \cdot \frac{u'(w - \bar{\alpha}_H)}{u'(w - D + \bar{\beta}_H)}.$$

Or en valeur absolue, la pente de la droite de profit de l'entrante est supérieure à celle de l'installée :

$$\frac{1 - p_H}{p_H} > \frac{1 - q_{HS}}{q_{HS}}. \text{ Autrement dit, le contrat optimal offert par l'entrante procure plus d'utilité que le contrat offert par l'installée.}$$

On vérifie que la pente de la courbe d'indifférence lorsqu'il choisit le contrat de la concurrence est supérieure à la pente de la courbe d'indifférence en choisissant le contrat de l'installée :

$$\frac{1 - p_H}{p_H} \cdot \frac{u'(w - \bar{\alpha}_H)}{u'(w - D + \bar{\beta}_H)} > \frac{1 - q_{HS}}{q_{HS}} \cdot \frac{u'(w - \alpha_{HS})}{u'(w - D + \beta_{HS})}.$$

En somme, l'agent mauvais risque sinistré risque de quitter la compagnie installée au profit de l'entrante. Le contrat offert par l'entrante lui procure plus de satisfaction.

### Hypothèse 2 : Supposons que la contrainte de non écrémage soit désormais serrée $\mu_7 > 0$ .

Le contrat offert par la compagnie installée procure la même satisfaction que le contrat offert par la compagnie entrante. À l'optimum, le contrat offert par l'installée est un contrat d'assurance partielle qui fournit à l'installée un profit nul.

En effet, la condition du premier ordre permet de vérifier que  $\frac{1-p_H}{p_H} \frac{u'(w-\alpha_{HS})}{u'(w-D+\beta_{HS})} = \frac{1-q_{HS}}{q_{HS}}$ . Autrement dit, le contrat optimal de la compagnie installée se situe à l'intersection de sa droite de profit nul et de la courbe d'indifférence de l'agent.

Par ailleurs, on vérifie que la condition du premier ordre lorsque le mauvais risque choisit le contrat de l'entrante donne :

$$\frac{1-p_H}{p_H} \cdot \frac{u'(w-\bar{\alpha}_H)}{u'(w-D+\beta_H)} = \frac{1-p_H}{p_H}. \text{ Autrement dit, le contrat optimal de l'entrante est tangent à sa droite de profit nul.}$$

Cette situation remet en question l'hypothèse  $\mu_7 > 0$ . En effet, on vérifie aisément que  $\frac{1-q_{HS}}{q_{HS}} < \frac{1-p_H}{p_H}$ , c'est-à-dire

que la droite de profit de l'entrante est au dessus de la droite de profit de l'installée. Par conséquent, la courbe d'indifférence du mauvais risque ne peut pas être à la fois tangente à la droite de profit de l'entrante et coupée la droite de profit de l'installée. Cette hypothèse  $\mu_7 > 0$  aurait été possible si  $\frac{1-q_{HS}}{q_{HS}} > \frac{1-p_H}{p_H}$  c'est-à-dire si la droite de profit nul de

l'installée était au-dessus de celle de l'entrante.

Donc  $\mu_7$  ne peut être que nul, auquel cas le contrat offert par l'installée n'est pas un contrat d'équilibre.

#### Les bons risques sinistrés

$$\begin{cases} \gamma_4 = [\frac{p_L}{q_{LS}} + \mu_8 \frac{p_L}{q_{LS}} - \varepsilon_7 \frac{p_H}{q_{LS}}] \cdot u'(w-D+\beta_{LS}) \\ \gamma_4 = [\frac{1-p_L}{1-q_{LS}} + \mu_8 \frac{1-p_L}{1-q_{LS}} - \varepsilon_7 \frac{1-p_H}{1-q_{LS}}] \cdot u'(w-\alpha_{LS}) \end{cases}$$

Le bon risque sinistré de la première période obtient l'assurance partielle,  $\beta_{LS} < D - \alpha_{LS}$ , si et seulement si :

$\varepsilon_7(p_H - q_{LS}) > (p_L - q_{LS}) \cdot (1 + \mu_8)$ . Le contrat optimal se situe à l'intersection de la droite de profit nul de l'installée et de la courbe d'indifférence de l'agent.

## Références bibliographiques

- Andersson, F. (2001). "Adverse Selection and Bilateral Asymmetric Information." Journal of Economics **74**(2): 173-195.
- Bardey, D. (2003). "Gestion des risques longs et comportements de risque moral sur les marchés d'assurance maladie: la première inefficacité peut-elle éliminer la seconde?" Revue d'Economie Politique **3**: 273-418.
- Besanko, D. (1985). "Multi-period Contracts between Principal and Agent with Adverse Selection." Economics Letters **17**: 33-37.
- Bolton, P. (1990). "Renegotiation and the Dynamics of Contract Design." European Economic Review **34**: 303-310.
- Chiappori, P. A. (1997). Risque et assurance, Dominos, Flammarion.
- Cooper, R., Hayes, B. (1987). "Multi-period Insurance Contracts." International Journal of Industrial Organization **5**: 211-231.
- D'Arcy, S. P., Doherty, N.A., (1990). "Adverse Selection, Private information, and Lowballing in Insurance Markets." The Journal of Business **63**(2): 145-164.
- de Garidel-Thoron, T. (2005). "Welfare-Improving Asymmetric Information in Dynamic Insurance Markets." Journal of Political Economy **113**(1): 121-150.
- Dewatripont, M. (1989). "Renegotiation and Information Revelation over Time: the Case of Optimal Labor Contracts." The Quarterly Journal of Economics **104**(3): 589-619.
- Dionne, G., Doherty, N.A., (1994). "Adverse Selection, Commitment, and Renegotiation: Extension to and Evidence from Insurance markets." The Journal of Political Economy **102**(2): 209-235.
- Dionne, G., Doherty, N., Fombaron, N., (2000). Adverse selection in insurance markets. Handbook of Insurance. G. Dionne (ed), Kluwer Academic Publishers: 185-243.
- Doherty, N. A., Schlesinger, H., (1995). "Severity Risk and the Adverse Selection of Frequency Risk." The Journal of Risk and Insurance **62**(4): 649-665.
- Fall, M., (2004). "Le marché d'assurance est-il si menacé par les tests génétiques?", Risques **59**: 149-154.
- Kahneman, D. et Tversky , A. (1979). "Prospect Theory: an Analysis of Decision under Risk", Econometrica, 263-291.
- Kirova, Y. M. et al., (2005). "Risk of Breast Cancer Recurrence and Contralateral Breast Cancer in Relation to BRCA1 and BRCA2 Mutation Status Following Breast-conserving Surgery and Radiotherapy" European Journal of Cancer **41**(15):2304-11.

Kunreuther, H., Pauly, M., (1985). "Market Equilibrium with Private Knowledge: an Insurance Example." Journal of Public Economics **26**: 269-288.

Muirhead, G. (2000). "Genetic Testing for Cancer." Patient care.

Nilssen, T. (2000). "Consumer Lock-in with Asymmetric Information." International Journal of Industrial Organization **18**(4): 641-666.

Rothschild, M., Stiglitz, J.E. (1976). "Equilibrium in Competitive Insurance Market: an Essay on the Economics of Imperfect Information." Quarterly Journal of Economics **90**: 629-650.

Sappington, D. (1983). "Limited Liability Contracts between Principal and Agent." Journal of Economic Theory **29**: 1-21.

Seynaeve, C. et al. (2004). "Ipsilateral Breast Tumour Recurrence in Hereditary Breast Cancer following Breast-Conserving Therapy", European Journal of Cancer, **40**(8), 1150-1158.

Townsend, R. M. (1982). "Optimal Multiperiod Contracts and the Gain from Enduring Relationships under Private Information." The Journal of Political Economy **90**(6): 1166-1186.

Watt, R., Vazquez, F.J., (1997). "Full Insurance, Bayesian Updated Premiums, and Adverse Selection." The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory **22**: 135-150.

Watt, R., Vazquez, F.J., (1999). "A Theorem on Multi-period Insurance Contracts without Commitment." Insurance: Mathematics and Economics **24**: 273-280.

Wilson, C. (1977). "A Model of Insurance Markets with Incomplete Information." Journal of Economic Theory **16**(2): 167-207.

Winter, R. (2000). Optimal Insurance under Moral Hazard. Handbook of Insurance. G. Dionne (ed), Kluwer Academic Publishers: 155-183.